

令和5年度サイエンス・ファイト作品紹介

学 校 長 崎 県 立 大 村 高 等 学 校

学 年 3 年

氏 名 伊藤 愁悟、野間田 怜哉
川口 凜太郎

タイトル 階段2段目までの放物運動の解析

概 要

階段で、ボールを1段ずつバウンドさせ降下する現象に注目して、研究を行いました。

階段 2 段目までの放物運動の解析

長崎県立大村高等学校 数理探究科 3年 野間田怜哉 伊藤愁悟 川口凜太郎

目的

階段 2 段目までを 1 回ずつバウンドできる水平方向の初速度の条件を検討する。

実験器具

- ・スーパーボール
↳ (直径 3 cm)
- ・自作階段
↳ (高 30 cm × 幅 30 cm)
- ・速度測定器
- ・自作発射台



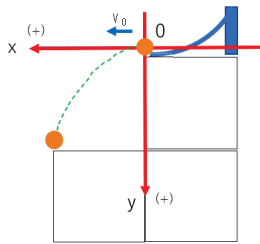
仮説 1

1 段目でのバウンドが必要となるため、1 段目でバウンドするための初速度の上限を求める。

重力加速度を g 、初速度を v_0 とすると

$$y = \frac{1}{2}gt^2, x = v_0t \text{ より}$$

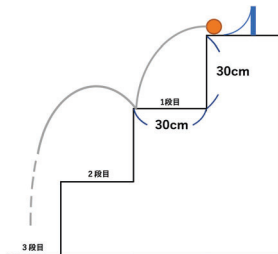
上限は 1.20m/s となり、それ以下であれば 1 段目のバウンドが可能。



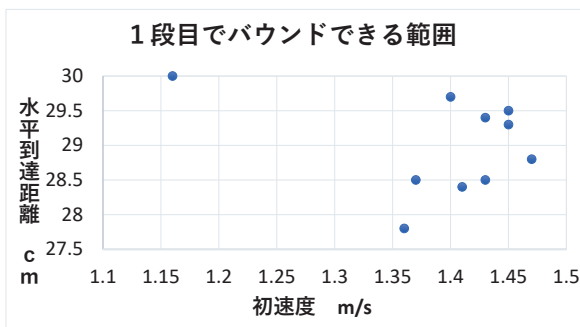
実験 1

・ 1 段目のみバウンドする初速度で投射し、着弾地点に目視で印をつけて落下位置を測定。

・ 1 段目でバウンドできる初速度の上限を見つける。



結果・考察 1



上記のグラフから 1 段目でバウンド出来る初速度は、 $v_0 = 1.47\text{m/s}$

理論値が 1.20m/s で、結果 1 から 1.47m/s とわかる。相対誤差は 0.225 (22.5%) であった。

$$\text{相対誤差} = (\text{測定値} - \text{理論値}) \div \text{理論値}$$

仮説 2

- x_1 …… 発射地点から 1 段目の着弾地点までの距離
- x_2 …… 発射地点から 2 段目の着弾地点までの距離
- e …… 反発係数 また、測定し 0.65 であった
- h …… 階段の段差

発射地点から 1 段目の着弾地点までの距離を求める式

$$x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \dots \textcircled{1}$$

1 段目の着弾地点から 2 段目の着弾地点までの距離を求める式

$$x_2 - x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} (e + \sqrt{e^2 + 1})$$

2 つの式をあわせて

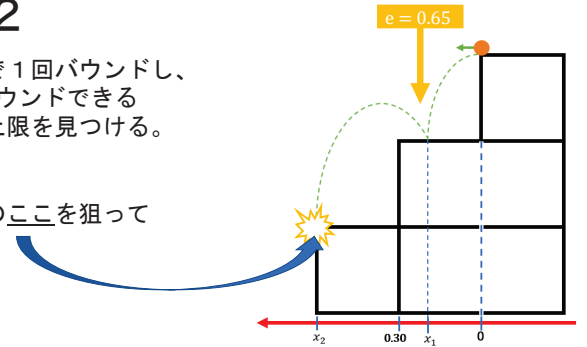
$$x_2 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} (e + \sqrt{e^2 + 1}) + v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \dots \textcircled{2}$$

②より、上限は 0.85m/s となりそれ以下であれば 2 段目のバウンドが可能。

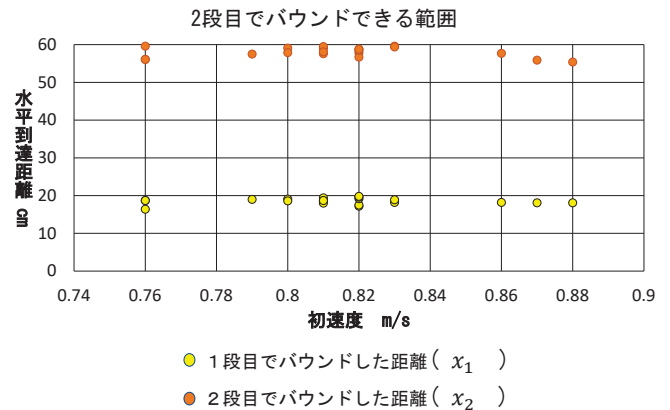
実験 2

・ 1 段目で 1 回バウンドし、2 段目でバウンドできる初速度の上限を見つける。

・ 2 段目のここを狙って実験した。



結果・考察 2



上記のグラフから 2 段目でバウンドできる初速度は、 $v_0 = 0.88\text{m/s}$

理論値が 0.85m/s で、結果 2 から 0.88m/s とわかる。相対誤差は 0.035 (3.5%) と、実験 1 よりも小さくなった。

今後の展望

- ・ 3 段目のデータを集め、今までのデータと比較することで、データの信憑性を上げる。
- ・ データの数を増やし、より正確な実験値を導く。

参考文献

- ・ 数研出版 / 改訂版 総合物理 1 カ・運動と熱
- ・ 東北大学 R2 総合型選抜入試問題 大問 1

階段 2 段目までの放物運動の解析

長崎県立大村高等学校 3 年

研究者氏名 野間田 怜哉・伊藤 愁悟

川口 凜太郎

指導者氏名 緒方 則彦

要旨

同一鉛直面でスーパーボールを階段 1 段につき 1 回ずつバウンドさせるための水平打ち出し初速度について、水平到達距離が 1 段目の端、2 段目の端に達するときの初速度の上限値、また 1, 2 段目で 60 cm となる初速度の上限値を求めた。実験結果は、1 段目では理論値 1.20m/s に対し、1.47m/s となり、相対誤差は 22.5% となった。2 段目までは、理論値 0.85m/s に対し、0.88m/s で相対誤差が 3.5% と理論値よりも大きくなった。原因として、ボールを回転したまま投射していて、空気抵抗によって水平到達距離が短くなるため、初速度を大きくする必要があると考えられる。

1. 背景と目的

ボールを階段 1 段につき 1 回ずつバウンドさせ、後に n 段までバウンドすることを目標とした。そして、このバウンドが可能な初速度を探る実験を行った。

2. 研究の方法、仮説

<実験器具>

- ・スーパーボール(直径 3cm) ・自作階段(高 30cm 幅 30cm)
- ・速度測定器 ・自作発射台

<手順>

実験(i) 図 1 のように、階段 1 段目でバウンドする初速度で投射し、着弾地点に目視で印をつけて落下位置を測定。結果をもとに 1 段目でバウンドできる初速度の上限を見つける。

実験(ii) 図 2 のように、階段 1 段目で 1 回バウンドし、2 段目でバウンドできる初速度の上限を見つけるために 2 段目の端(水平到達距離 60cm 地点)を狙って実験した。

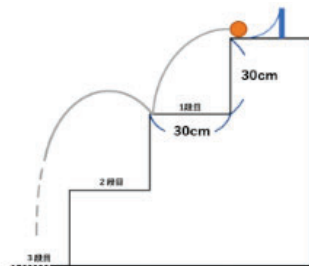


図 1: 実験 1 の条件

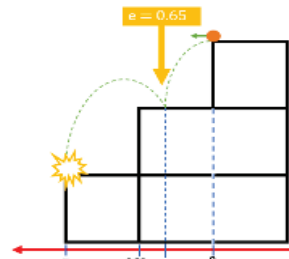


図 2: 実験 2 の条件

<理論式の導出>

x_1 は発射地点から 1 段目の着弾地点までの距離、 x_2 は同様に 2 段目の着弾地点までの距離、 e は反発係数で測定した 0.65 を採用し、 h は階段の段差(高さ)とした。

(i) 発射地点から1段目の着弾地点までの距離を求める。

$$x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \dots \textcircled{1}$$

(ii) 1段目の着弾地点から2段目の着弾地点までの距離を求める。

$$x_2 - x_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} (e + \sqrt{e^2 + 1})$$

(iii) これらの式をあわせる。

$$x_2 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} (e + \sqrt{e^2 + 1}) + v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \dots \textcircled{2}$$

<仮説>

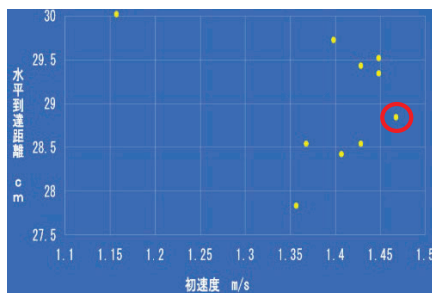
最上段からの水平打ち出し初速度 v_0 (の上限値) を、理論式を基に算出する。

実験(i) $\dots x_1 = 0.30\text{m}$ として、 $\textcircled{1}$ から、 $v_0 = 1.20\text{m/s}$ となり、それ以下なら1段目でのバウンドが可能。

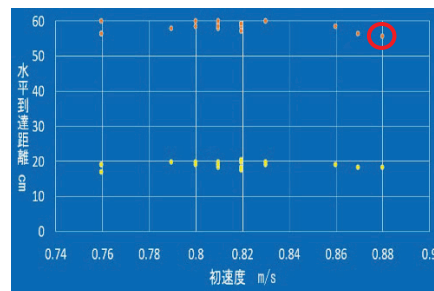
実験(ii) $\dots x_2 = 0.60\text{m}$ として、 $\textcircled{2}$ から、 $v_0 = 0.85\text{m/s}$ となり、それ以下なら1, 2段目のバウンドが可能。

3. 結果

階段1段目での実験では、理論値 1.20m/s に対し、 1.47m/s で相対誤差が 22.5% となった。また、階段1, 2段目では、理論値 0.85m/s に対し、 0.88m/s で相対誤差が 3.5% と双方ともに理論値よりも大きくなった。



グラフ1: 1段目をバウンドする範囲



グラフ2: 1, 2段目をバウンドする範囲

※グラフ2の黄色い点は1段目の着弾地点、オレンジの点は2段目での着弾地点を表している。

4. 考察

実験結果から理論値より初速度が大きくなった原因として、射出時にボールを回転させたまま投射していて、空気抵抗がかかることで水平到達距離が短くなり、理論値よりも大きな初速度で投射する必要があることが考えられる。

5. 結論

実験結果で、階段1段目のみから1, 2段目にかけて値が小さく、相対誤差も小さくなっていることから、いずれは階段を無限にバウンドできる値に近づいていくという結論に至った。

6. 謝辞

ご指導してくださった緒方先生、ありがとうございました。

7. 参考文献

数研出版/改訂版 総合物理1 力・運動と熱、東北大学 R2 総合型選抜入試問題 大問1